



Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas

Abr-Jul 2025
Matemáticas V (MA-2112)
2^{do} Examen Parcial (50 %)

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

1. **(12 puntos)** Dada la integral doble,

$$\int \int_D f(x, y) dA = \int_1^2 \int_{-3x+6}^{4x-x^2} f(x, y) dy dx + \int_2^3 \int_{-\sqrt{1-(x-2)^2}+1}^{4x-x^2} f(x, y) dy dx$$

- a) **(6 puntos)** Graficar la región de integración D .
b) **(6 puntos)** Cambie el orden de integración.
2. **(13 puntos)** Sea Ω el sólido que está por encima del cono y por debajo de la esfera, tal que

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \quad \wedge \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z\}$$

Calcule el volumen del sólido utilizando coordenadas esféricas.

3. **(12 puntos)** Calcular la integral de línea

$$\oint_C (\ln(4+x) - 3xy^2) dx + (3x^2y - y^3) dy$$

Siendo C la curva recorrida en el sentido horario, el cual lo forma un cuarto de circunferencia de radio 2, que va desde el punto $(0, 2)$ hasta el punto $(2, 0)$.

4. **(13 puntos)** Sea D la región encerrada por las curvas

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq xy \leq 4 \quad \wedge \quad x \leq y \leq 5x\}$$

Calcular la siguiente integral doble sobre D

$$\int \int_D \frac{y^2}{x^2} \sin(\pi xy) dx dy$$